

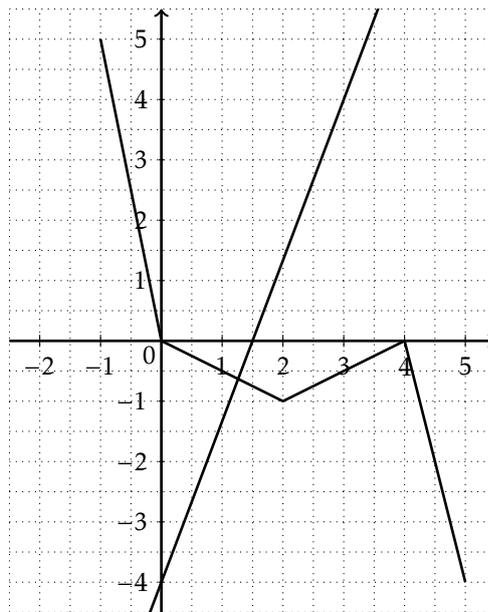
EXERCICE 1

1. Tableau de variations :

x	-1	2	4	5
Variations de f	5	-1	0	-4

2. Graphiquement, les solutions de l'inéquation $f(x) < 0$ sont les abscisses des points de la courbe (\mathcal{C}_f) situés strictement en dessous de l'axe des abscisses. $S =]0; 4[\cup]4; 5]$.3. $f(2) = -1$.4. Les antécédents de $-0,5$ par f sont 1 et 3.5. g est une fonction affine donc (\mathcal{C}_g) est une droite. Pour la tracer, on utilise le tableau de valeurs suivant :

x	0	3
$g(x)$	-4	4

6. Graphiquement les coordonnées du point d'intersection de la représentation graphique de f et de g sont approximativement $(1,3 ; -0,6)$.7. On cherche deux réels a et b tels que pour tout $x \in [2; 4]$, $f(x) = ax + b$.

$$a = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{0 - (-1)}{4 - 2} = \frac{1}{2}$$

$$f(4) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \times 4 + b = 0 \Leftrightarrow b = -2$$

$$\text{Donc, pour tout } x \in [2; 4], f(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

EXERCICE 2

1. Une équation cartésienne de d de vecteur directeur $\vec{u}(7;-2)$ est de la forme $ax + by + c = 0$ avec $a = -2$ et $b = -7$. On a donc $-2x - 7y + c = 0$.

Or $A\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right) \in d$ donc ses coordonnées vérifient l'équation : $-2 \times \frac{5}{3} - 7 \times \frac{2}{3} + c = 0 \implies c = 8$.

Donc une équation cartésienne de d est : $-2x - 7y + 8 = 0$.

2. (a) $d_1 : 3x + 2y + 5 = 0$

L'équation de d_1 est une équation cartésienne avec $a = 3$ et $b = 2$ donc un vecteur directeur est $\vec{u}_1(-2;3)$. Un autre vecteur directeur est $\vec{v}_1 = -\frac{1}{2}\vec{u}_1$ avec $\vec{v}_1\left(1;-\frac{3}{2}\right)$. Donc la pente de d_1 est $m = -\frac{3}{2}$.

- (b) $d_2 : y = 5x - 1$

L'équation de d_2 est une équation réduite avec $m = 5$ et d'ordonnée à l'origine $p = -1$. Donc la pente de d_2 est 5 et un vecteur directeur est $\vec{u}_2(1;5)$.

3. Un vecteur directeur de la droite Δ_1 est $\vec{u}(4;1)$. Comme les droites Δ et Δ_1 sont parallèles, \vec{u} est un vecteur directeur de Δ . Donc une équation cartésienne de Δ est : $x - 4y + c = 0$.

Or $T(1;-4) \in \Delta$ donc $1 - 4 \times (-4) + c = 0 \implies c = -17$.

Donc une équation cartésienne de Δ est : $x - 4y - 17 = 0$.

4. (a) Les points $A(-1;3)$ et $B(3;4)$ appartiennent à la droite d_3 donc $\overrightarrow{AB}(4;1)$ est un vecteur directeur de d_3 . Un autre vecteur directeur est $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ de coordonnées $\left(1; \frac{1}{4}\right)$. Donc la pente de la droite est $m = \frac{1}{4}$.

- (b) Les points $H(-1;6)$ et $G(1;1)$ appartiennent à la droite d_4 donc $\overrightarrow{HG}(2;-5)$ est un vecteur directeur de d_4 . Un autre vecteur directeur est $\frac{1}{2}\overrightarrow{HG}$ de coordonnées $\left(1;-\frac{5}{2}\right)$.

Donc la pente de la droite est $m = -\frac{5}{2}$.

5. On considère les points $C(-3;-4)$, $D(5;6)$, $E(1;1)$ et $F(-2;-3)$.

- (a) Un vecteur directeur de la droite (CD) est le vecteur $\overrightarrow{CD}(8;10)$ donc une équation cartésienne est $10x - 8y + c = 0$. Le point $C(-3;-4)$ appartient à la droite donc $10 \times (-3) - 8 \times (-4) + c = 0 \implies c = -2$.
Donc une équation cartésienne de (CD) est $10x - 8y - 2 = 0$.

- (b) Les coordonnées du point E sont telles que $10 \times 1 - 8 \times 1 - 2 = 0$ donc $E \in (CD)$.

Les coordonnées du point F sont telles que $10 \times (-2) - 8 \times (-3) - 2 = 2 \neq 0$ donc $F \notin (CD)$.

- (c) 1 def test (x,y) :

2 if $10 * x - 8 * y - 2 == 0$:

3 print (" le point est sur (CD) ")

4 else :

5 print (" le point n'est pas sur (CD) ")

- (d) On obtient : $P \notin (CD)$, $Q \in (CD)$ et $R \notin (CD)$.

6. Un vecteur directeur de d_1 est $\vec{u}_1(5;2)$ et un vecteur directeur de d_2 est $\vec{u}_2(-3;-1)$.

Le déterminant de \vec{u}_1 et de \vec{u}_2 est $5 \times (-1) - 2 \times (-3) = 1 \neq 0$ donc les vecteurs \vec{u}_1 et \vec{u}_2 ne sont pas colinéaires.
On conclut que les droites d_1 et d_2 sont sécantes.

EXERCICE 3

On pose x le nombre de poules et y le nombre de lapins. On résout le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 49 \\ 2x + 4y = 132 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 49 \\ -x - 2y = -66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 49 \\ -y = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ y = 17 \end{cases}$$

Il y a 32 poules et 17 lapins dans cette ferme.

EXERCICE 4

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}(x+3)(x+4) &= x^2 + 3 \times x + 4 \times x + 3 \times 4 \\ &= x^2 + 7x + 12 \\ &= f(x)\end{aligned}$$

2. $f(-3) = (-3+3)(-3+4) = 0$

$$f(0) = 0^2 + 7 \times 0 + 12 = 12$$

$$f(\sqrt{7}) = (\sqrt{7})^2 + 7\sqrt{7} + 12 = 7\sqrt{7} + 19$$

3. Dans $\mathbb{R} : f(x) = 0$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow (x+3)(x+4) = 0 \quad \text{Or } A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow x+3 = 0 \text{ ou } x+4 = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } x = -4$$

$$S = \{-4 ; -3\}$$

Dans $\mathbb{R} : f(x) = 12$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow x^2 + 7x + 12 = 12$$

$$(*) \Leftrightarrow x^2 + 7x = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow x(x+7) = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -7$$

$$S = \{-7 ; 0\}$$

4. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } x = -4$

Donc les points d'intersection de (\mathcal{C}_f) avec l'axe des abscisses ont pour coordonnées $(-4 ; 0)$ et $(-3 ; 0)$.

5. $f(0) = 12$

Donc le point d'intersection de (\mathcal{C}_f) avec l'axe des ordonnées a pour coordonnées $(0 ; 12)$.

6. $f(x) = 12 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -7$

Donc les antécédents de 12 par f sont -7 et 0 .

7. $f(\sqrt{7}) = 7\sqrt{7} + 19$

Donc le point d'intersection de (\mathcal{C}_f) avec la droite d'équation $x = \sqrt{7}$ a pour coordonnées $(\sqrt{7} ; 7\sqrt{7} + 19)$

8. On résout l'inéquation $f(x) < 0$ à l'aide d'un tableau de signes :

x	$-\infty$	-4	-3	$+\infty$
Signe de $x+3$	$-$ (signe de $-a$)	0	$-$ (signe de $-a$)	$+$ (signe de $a = 1$)
Signe de $x+4$	$-$ (signe de $-a$)	0	$+$ (signe de a)	$+$ (signe de $a = 1$)
Signe de $(x+3)(x+4)$	$+$	0	$-$	$+$

$$S =]-4 ; -3[$$

EXERCICE 5

1. (a) Dans $\mathbb{R} : 3x^2 - 8x = 0$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow x(3x - 8) = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{8}{3}$$

$$S = \left\{ 0; \frac{8}{3} \right\}$$

(b) Dans $\mathbb{R} : (2 - 3x)(3 - x) - (4x + 1)(2 - 3x) = 0$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow (2 - 3x)[(3 - x) - (4x + 1)] = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow (2 - 3x)(-5x + 2) = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \text{ ou } x = \frac{2}{5}$$

$$S = \left\{ \frac{2}{5}; \frac{2}{3} \right\}$$

(c) Dans $\mathbb{R} : (x - 1)^2 - 49 = 0$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow (x - 1)^2 - 7^2 = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow (x - 1 - 7)(x - 1 + 7) = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow (x - 8)(x + 6) = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow x = 8 \text{ ou } x = -6.$$

$$S = \{-6; 8\}$$

(d) Dans $\mathbb{R} : (2x - 3)^2 = (1 - 5x)^2$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow (2x - 3)^2 - (1 - 5x)^2 = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow (2x - 3 - 1 + 5x)(2x - 3 + 1 - 5x) = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow (7x - 4)(-3x - 2) = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow x = \frac{4}{7} \text{ ou } x = -\frac{2}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{2}{3}; \frac{4}{7} \right\}$$

(e) Dans $\mathbb{R} : (1 - 2x)^2 = 5$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow (1 - 2x)^2 - (\sqrt{5})^2 = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow (1 - 2x - \sqrt{5})(1 - 2x + \sqrt{5}) = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$$

(f) $4 - 5x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5}$. La valeur interdite est $\frac{4}{5}$.

$$\text{Dans } \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4}{5} \right\} : \frac{1 + 3x}{4 - 5x} = -4 \text{ (*)}$$

$$(*) \Leftrightarrow \frac{1 + 3x}{4 - 5x} + 4 = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow \frac{1 + 3x + 16 - 20x}{4 - 5x} = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow \frac{17 - 17x}{4 - 5x} = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow 17 - 17x = 0$$

$$(*) \Leftrightarrow x = 1$$

$$S = \{1\}$$

2. (a) Dans $\mathbb{R} : 1 - 5x < 2x + 4$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow -7x < 3$$

$$(*) \Leftrightarrow x > -\frac{3}{7}$$

$$S = \left] -\frac{3}{7}; +\infty \right[$$

(b) Dans \mathbb{R} : $6x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$ et $1 - 7x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{7}$

On utilise un tableau de signes :

x	$-\infty$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$+\infty$	
Signe de $6x - 1$	- (signe de $-a$)	0	- (signe de $-a$)	0 + (signe de $a = 6$)	
Signe de $1 - 7x$	+ (signe de $-a$)	0	- (signe de a)	- (signe de $a = -7$)	
Signe de $(6x - 1)(1 - 7x)$	-	0	+	0	-

$$S =]-\infty; \frac{1}{7}[\cup]\frac{1}{6}; +\infty[$$

(c) Dans \mathbb{R} : $1 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ et $1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

On utilise un tableau de signes :

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
Signe de $1 - 3x$	+ (signe de $-a$)	0	- (signe de a)	0 - (signe de $a = -3$)	
Signe de $1 - 2x$	+ (signe de $-a$)	+	0	- (signe de $a = -2$)	
Signe de $(1 - 3x)(1 - 2x)$	+	0	-	0	+

$$S = \left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2} \right]$$

(d) $3x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$ donc $\frac{5}{3}$ est valeur interdite.

Dans $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{3} \right\}$: $5x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$ et

On utilise un tableau de signes :

x	$-\infty$	$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{3}$	$+\infty$		
Signe de $5x - 1$	- (signe de $-a$)	0	+	+	+	+
Signe de $3x - 5$	- (signe de $-a$)	-	-	0	+	+
Signe de $\frac{5x - 1}{3x - 5}$	+	0	-		+	+

$$S =]-\infty; \frac{1}{5}[\cup]\frac{5}{3}; +\infty[$$

(e) $5 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$ donc $\frac{5}{4}$ est valeur interdite.

Dans $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{4} \right\}$: $\frac{2}{5 - 4x} - 3 < 0 \Leftrightarrow \frac{2 - 3(5 - 4x)}{5 - 4x} < 0 \Leftrightarrow \frac{12x - 13}{5 - 4x} < 0$.

Dans $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{4} \right\}$: $12x - 13 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{13}{12}$.

On utilise un tableau de signes :

x	$-\infty$	$\frac{13}{12}$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
Signe de $12x - 13$	$-(\text{signe de } -a)$	0	$+(\text{signe de } a)$	$+(\text{signe de } a = 12)$
Signe de $5 - 4x$	$+(\text{signe de } -a)$	$+(\text{signe de } -a)$	0	$-(\text{signe de } a = -4)$
Signe de $\frac{12x - 13}{5 - 4x}$	-	0	+	-

$S = \left[\frac{13}{12}; \frac{5}{4} \right[.$

EXERCICE 6

- Les coordonnées du milieu de $[AC]$ sont $\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2} \right) = (2; 0)$
 Les coordonnées du milieu de $[BD]$ sont $\left(\frac{x_B + x_D}{2}; \frac{y_B + y_D}{2} \right) = (2; 0)$.
 Donc les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont même milieu.
- Comme les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ du quadrilatère $ABCD$ ont même milieu alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$
 $AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.
 On a $AB = AD$ donc le triangle ABD est isocèle en A .
 D'une part, $AB^2 + AD^2 = 80$ et d'autre part, $BD^2 = 80$ donc $BD^2 = AB^2 + AD^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en A .
- $ABCD$ est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur donc $ABCD$ est un losange.
 $ABCD$ est un parallélogramme ayant un angle droit donc $ABCD$ est un rectangle.
 $ABCD$ est un rectangle et un losange donc $ABCD$ est un carré.
- K est symétrique du point C par rapport au point A (*)
 (*) $\Leftrightarrow A$ est le milieu du segment $[CK]$
 (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = \frac{x_C + x_K}{2} \\ y_A = \frac{y_C + y_K}{2} \end{cases}$
 (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x_K = 2x_A - x_C \\ y_K = 2y_A - y_C \end{cases}$
 (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x_K = -10 \\ y_K = 6 \end{cases}$
 Donc K a pour coordonnées $(-10; 6)$.
- $JA = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (2 - 0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
 $JB = \sqrt{(4 - 2)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
 $JD = \sqrt{(0 - 2)^2 + (-4 - 0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
 On a $JA = JB = JD = 2\sqrt{5}$ donc les points A, B et D appartiennent tous au cercle \mathcal{C} de centre J et de rayon $2\sqrt{5}$ qui est donc le cercle circonscrit au triangle ABD .

7. $JL = \sqrt{(1-2)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{26}$ donc $JL \neq 2\sqrt{5}$ donc le point L n'appartient pas au cercle \mathcal{C} .

8. $M(x;y) \in \mathcal{C}$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow JM = 2\sqrt{5}$$

$$(*) \Leftrightarrow JM^2 = (2\sqrt{5})^2 \text{ car } JM > 0 \text{ et } 2\sqrt{5} > 0$$

$$(*) \Leftrightarrow JM^2 = 20$$

$$(*) \Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 = 20$$

Donc pour tout point M de coordonnées $(x;y)$ appartenant au cercle \mathcal{C} , on a : $(x-2)^2 + y^2 = 20$

9. On résout le système :

$$\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 20 & (*) \\ x = 0 \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + y^2 = 20 \\ x = 0 \end{cases}$$

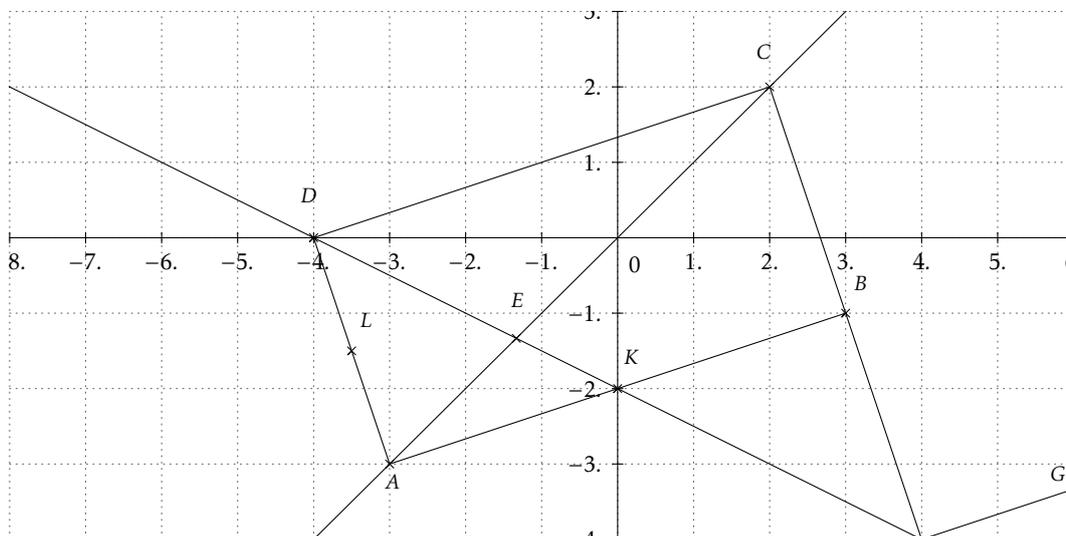
$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 16 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 0 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} y = -4 \\ x = 0 \end{cases}$$

Les coordonnées des deux points d'intersection du cercle \mathcal{C} avec l'axe des ordonnées sont $(0;-4)$ et $(0;4)$.

EXERCICE 7

1. Figure :



2. (a) \overrightarrow{AB} a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$(b) AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}.$$

$$(c) x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = 0 \text{ et } y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = -2 \text{ donc } K \text{ a pour coordonnées } (0; -2).$$

3. (a) \overrightarrow{AB} a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ et \overrightarrow{DC} a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$.

\overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} ont les mêmes coordonnées donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

(b) $AB^2 = 40$, $AD^2 = 10$ et $BD^2 = 50$. On a $BD^2 = AB^2 + AD^2$ donc le triangle ABD est rectangle en A .

(c) Comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Comme le triangle ABD est rectangle en A alors $ABCD$ est un parallélogramme ayant un angle droit donc $ABCD$ est un rectangle.

4. (a) $x_A \neq x_C$ donc on peut calculer le coefficient directeur de la droite (AC) : $m = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = 1$.

Donc (AC) a une équation de la forme $y = x + p$ avec $p \in \mathbb{R}$.

Or $A \in (AC)$ donc $y_A = x_A + p \Leftrightarrow -3 = -3 + p \Leftrightarrow p = 0$

Donc la droite (AC) a pour équation $y = x$.

(b) Pour vérifier que la droite (DK) admet pour équation $y = -\frac{1}{2}x - 2$, il suffit de vérifier que les coordonnées des points D et K sont solutions de l'équation $y = -\frac{1}{2}x - 2$

Or $-\frac{1}{2}x_D - 2 = 2 - 2 = y_D$ et $-\frac{1}{2}x_K - 2 = 0 - 2 = y_K$.

Donc la droite (DK) admet pour équation $y = -\frac{1}{2}x - 2$.

(c) Comme les droites (DK) et (AC) n'ont pas le même coefficient directeur $\left(1 \neq -\frac{1}{2}\right)$ alors elles sont sécantes en un point E .

Pour trouver les coordonnées de E , on résout le système :

$$\begin{cases} y = x \\ y = \frac{1}{2}x - 2 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ x = -\frac{1}{2}x - 2 \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ \frac{3}{2}x = -2 \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{4}{3} \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Les coordonnées de E sont $\left(-\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.

5. L a pour coordonnées $\left(-\frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

\overrightarrow{BE} a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -\frac{13}{3} \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et \overrightarrow{BL} a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -\frac{13}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

On a $\overrightarrow{BL} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BE}$ donc les vecteurs \overrightarrow{BL} et \overrightarrow{BE} sont colinéaires donc les points L, E et B sont alignés.

EXERCICE 8

1. Dans chaque cas, comparer les nombres suivants sans utiliser la calculatrice :

(a) $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{2}$ donc $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 < \left(-\frac{1}{2}\right)^3$ car la fonction cube est strictement croissante sur \mathbb{R} .

(b) $0 < 4 < 4,35$ donc $\frac{1}{4} > \frac{1}{4,35}$ car la fonction inverse est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$.

(c) $\pi > 3,14$ donc $\sqrt{\pi} > \sqrt{3,14}$ car la fonction racine carrée est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.

(d) $0,01 > 0,001$ donc $-0,01 < -0,001$ et $-\frac{1}{0,01} > -\frac{1}{0,001}$ car la fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0[$.

(e) $6 < 9$ donc $\sqrt{6} < \sqrt{9} = 3$ car la fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

(f) $-4,6 < -3,2 < 0$ donc $(-4,6)^2 > (-3,2)^2$ car la fonction carrée est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0[$.

2. Compléter à l'aide des intervalles.

(a) Si $x \in]-\infty ; -2]$ alors $x^2 \in [4 ; +\infty[$.

(b) Si $x \in]-1 ; 3[$ alors $x^3 \in]-1 ; 27[$.

(c) Si $x \in]-\infty ; -\frac{2}{3}]$ alors $\frac{1}{x} \in [-\frac{3}{2} ; 0[$.

(d) Si $x \in [0 ; \frac{4}{25}]$ alors $\sqrt{x} \in [0 ; \frac{2}{5}]$.

3. En s'aidant de la représentation graphique des fonctions de référence, résoudre les inéquations suivantes :

(a) $x^2 \leq 6$

On trace la représentation graphique de la fonction carrée et on lit les abscisses des points de la courbe d'ordonnée inférieure ou égale à 6. $S = [-\sqrt{6} ; \sqrt{6}]$.

(b) $-2 \leq \frac{1}{x} \leq -1$

On trace la représentation graphique de la fonction inverse et on lit les abscisses des points de la courbe d'ordonnée supérieure ou égale à -2 et inférieure ou égale à -1 . $S = [-1 ; -\frac{1}{2}]$.

(c) $\sqrt{x} > 4$

On trace la représentation graphique de la fonction racine carrée et on lit les abscisses des points de la courbe d'ordonnée strictement supérieure à 4. $S =]2 ; +\infty[$.

(d) $-1 < x^3 < 0,125$

On trace la représentation graphique de la fonction cube et on lit les abscisses des points de la courbe d'ordonnée strictement supérieure à -1 et strictement inférieure à $0,125$. $S =]-1 ; 0,5[$.

EXERCICE 9

1. (a) La vitesse moyenne est donnée par $v = \frac{d}{t}$, ici $d = 400$ donc la vitesse moyenne pour réaliser ce trajet est $v = \frac{400}{t}$.

(b) On cherche un encadrement de $\frac{1}{t}$ pour $t \in [2,5 ; 5]$:

$$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{t} \leq \frac{1}{2,5} (*)$$

Puis de $v = \frac{400}{t}$ en multipliant par 400 (qui est un nombre positif) l'inégalité (*), on obtient :

$$\frac{400}{5} \leq \frac{400}{t} \leq \frac{400}{2,5}$$

On a donc $80 \leq v \leq \frac{400}{2,5}$ et finalement $80 \leq v \leq 160$.

2. (a) $v = \frac{400}{t} \Leftrightarrow t = \frac{400}{v}$

(b) Pour $v \in [100 ; 120]$: $\frac{400}{120} \leq \frac{400}{v} \leq \frac{400}{100}$.

$\frac{400}{120} = 3 + \frac{1}{3}$, or $\frac{1}{3}h = 20 \text{ min}$ donc finalement $3 + \frac{1}{3} \leq t \leq 4$.

Si Yanis emprunte le réseau autoroutier, son temps de trajet est compris entre $3h 20min$ et $4h$.

(c) Pour $v \in [60 ; 80]$: $\frac{400}{80} \leq \frac{400}{v} \leq \frac{400}{60}$.

$\frac{400}{60} = 6 + \frac{2}{3}$, or $\frac{2}{3}h = 40 \text{ min}$ donc finalement $5 \leq t \leq 6 + \frac{2}{3}$.

S'il emprunte le réseau des routes nationales, son temps de trajet est compris entre 5h et 6h 40min.

EXERCICE 10

1. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ avec $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Pour $l = 5$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{5}{9,81}} \simeq 4,5$.

La période T d'un pendule de longueur 5 m est d'environ 4,5 s.

2. On cherche l tel que $T = 10$. $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 10 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{10}{2\pi} \Leftrightarrow \frac{l}{g} = \left(\frac{10}{2\pi}\right)^2$ avec $\frac{10}{2\pi} > 0 \Leftrightarrow l = \left(\frac{10}{2\pi}\right)^2 g$.

La longueur d'un pendule dont la période vaut 10 s est d'environ 24,85 m.

(a) Deux pendules A et B ont pour longueurs respectives 5 m et 10 m. On note T_A et T_B les périodes respectives. $T_A \simeq 4,5$ et $T_B \simeq 6,3$ donc $T_A < T_B$.

(b) On note l_A la longueur d'un pendule A et l_B celle d'un pendule B .

Si $l_A < l_B$ alors $\frac{l_A}{g} < \frac{l_B}{g}$. Donc $\sqrt{\frac{l_A}{g}} < \sqrt{\frac{l_B}{g}}$ car la fonction racine carrée est strictement croissante sur son domaine de définition.

En multipliant l'inégalité par 2π on déduit que $T_A < T_B$. Le pendule B a la période la plus grande.

EXERCICE 11

1. On choisit $N=3$.

Étapes :	L
Initialisation	600
$i = 0$	612
$i = 1$	624,24
$i = 2$	636,7248

Valeur renvoyée : 636,7248

2. Au début de l'étude, le loyer mensuel est de 600 €.

Chaque année, le loyer augmente de 2 %.

```

3. 1 def seuil():
2     L=600
3     N=0
4     while L<=700:
5         L=1.02*L
6         N=N+1
7     return(N)

```